SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN
CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI
CẤP QUỐC GIA THPT NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(*Đề thi gồm có 04 trang, gồm 3 bài*)

Môn: Tin học
Thời gian: 180 phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi thứ nhất: 16/9/2024

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Bài	Tên bài	Tệp mã nguồn	Tệp dữ liệu vào	Tệp dữ liệu ra	Điểm
1	**Xử lý bit**	BITMASK.*	BITMASK.INP	BITMASK.OUT	7
2	**Tổ hợp cùng dãy bit**	COMBI.*	COMBI.INP	COMBI.OUT	7
3	**Chạy đua**	CHAYDUA.*	CHAYDUA.INP	CHAYDUA.OUT	6

*Dấu * được thay thế bằng py hoặc cpp tùy theo ngôn ngữ sử dụng là Python hoặc C++.*

Hãy viết chương trình giải các bài toán sau:

Bài 1: Xử lý bit (7 điểm)

Bảo cùng với Bình hiện đang huấn luyện cho đội tuyển thi học sinh giỏi Tin học. Hôm nay, để không khí lớp đội tuyển trở nên sôi động hơn, Bình đề nghị Bảo ra một bài toán mang tính giải trí cao như sau:

Bài này liên quan đến một số phép toán xử lý bit. Trong xử lý bit có một số phép toán như phép OR (ký hiệu $\vee$), phép AND (ký hiệu $\wedge$), phép XOR (ký hiệu $\oplus$).

Cho một mảng gồm n phần tử $a_1, a_2, \dots, a_n$. Có q truy vấn, truy vấn thứ i có dạng như sau:

- $x_i\ y_i$: Tìm số cặp vị trí (u, v) sao cho $1 \le u < v \le n$ và $x_i \oplus (a_u \wedge a_v) = y_i$.

Bảo thấy ý này của Bình rất thú vị nên đã đồng ý luôn. Nhưng sau vài phút suy nghĩ, Bảo đã đề nghị Bình đổi sang 2 loại truy vấn để bài toán trở nên phức tạp hơn như sau:

- 1 $x_i\ y_i$: Tìm số cặp vị trí (u, v) sao cho $1 \le u < v \le n$ và $x_i \oplus (a_u \wedge a_v) = y_i$.
- 2 $x_i\ y_i$: Tìm số cặp vị trí (u, v) sao cho $1 \le u < v \le n$ và $x_i \oplus (a_u \vee a_v) = y_i$.

Bình đã đồng ý với ý kiến rất hay của Bảo, và cả hai đều đã chốt bài này. Bảo và Bình cần các bạn trong đội tuyển cùng thảo luận và trả lời hết tất cả q truy vấn trên, và tổng cộng có 2 loại truy vấn.

Yêu cầu: Vì các bạn trong đội tuyển ít tiếp xúc với các bài toán liên quan đến xử lý bit nên bạn hãy giúp các bạn trong đội tuyển trả lời hết q truy vấn trên.

Dữ liệu vào từ file văn bản BITMASK.INP: Gồm $q + 2$ dòng:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n, q.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$.
- q dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa một trong 2 loại truy vấn trên.

Kết quả ghi ra file văn bản BITMASK.OUT: Gồm q dòng, mỗi dòng ghi ra một số nguyên duy nhất là kết quả cho mỗi truy vấn.

Ví dụ:

BITMASK.INP	BITMASK.OUT	Giải thích
7 2 1 2 3 5 4 7 6 1 5 7 2 2 7	4 3	- Với truy vấn thứ 1: Có 4 cặp thoả mãn là (theo vị trí): (2, 3), (2, 6), (2, 7), (3, 7).

Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n, q \leq 3.10^3$; $a_i < 2^{12}$ với $1 \leq i \leq n$; $x_i, y_i < 2^{12}$ với $1 \leq i \leq q$;
- 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n \leq 10^6, q \leq 3.10^5$; $a_i < 2^{15}$ với $1 \leq i \leq n$; $0 \leq x_i, y_i < 2^{15}$ với $1 \leq i \leq q$;
- 50% số test còn lại ứng với 50% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n \leq 10^6, q \leq 3.10^5$; $a_i < 2^{19}$ với $1 \leq i \leq n$; $0 \leq x_i, y_i < 2^{19}$ với $1 \leq i \leq q$.

Bài 2: Tổ hợp cùng dãy bit (7 điểm)

Minh và Quang cùng làm một bài toán khá hay được Nam đố liên quan đến tổ hợp. Bài toán ban đầu như sau:

Hàm $S(i,j)$ được định nghĩa như sau:

$$S(i,j) = \begin{cases} 0, & \text{nếu } i < j \\ \binom{i}{j}, & \text{nếu } i \geq j \end{cases}$$

với $\binom{n}{r}$ là tổ hợp chập r của n.

Cho ba số nguyên dương r, u, v. Hàm $A(r,u,v)$ được định nghĩa như sau:

$$A(r,u,v) = \sum_{i=u}^{v} S(i,r)$$

Vì Quang thấy bài này khá dễ, nên đã đề nghị Minh nâng độ khó của bài lên như sau:

Cho mảng A gồm n phần tử $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, và cho ba số nguyên dương r, u, v. Hãy đếm số dãy b gồm r phần tử sao cho thoả mãn các điều kiện sau:

- $1 \leq b_1 < b_2 < \dots < b_r \leq n$.
- $u \leq a_{b_1} \,\&\, a_{b_2} \,\&\, \dots \,\&\, a_{b_r} \leq v$. với & là ký hiệu của phép AND trong xử lý bit.

Minh sau một phút suy nghĩ vẫn cảm thấy không khó, nên đã đề nghị Quang nâng tầm thêm bài khó hơn nữa như sau:

Cho mảng A gồm n phần tử $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, và cho hai số nguyên dương l, r. Minh đề nghị cho thêm q truy vấn, truy vấn thứ i thuộc một trong hai loại như sau:

- $1\ u_i\ v_i$ $(0 \leq u_i \leq v_i)$: Hãy đếm số dãy b gồm k phần tử sao cho thoả mãn các điều kiện sau:
  - $l \leq k \leq r$.
  - $1 \leq b_1 < b_2 < \dots < b_k \leq n$.
  - $u_i \leq a_{b_1} \,\&\, a_{b_2} \,\&\, \dots \,\&\, a_{b_k} \leq v_i$.

với & là ký hiệu của phép toán AND trong xử lý bit.

- $2\ u_i\ v_i\ (0 \le u_i \le v_i)$: Hãy đếm số dãy b gồm k phần tử sao cho thoả mãn các điều kiện sau:
  - $l \le k \le r$.
  - $1 \le b_1 < b_2 < \ \dots\ < b_k \le n$.
  - $u_i \le a_{b_1} \mid a_{b_2} \mid \dots \mid a_{b_k} \le v_i$.

  với | là ký hiệu của phép toán OR trong xử lý bit.

Sau vài phút suy nghĩ thì Quang đồng ý cùng Minh làm bài này. Nhưng có một trở ngại là Minh và Quang chưa có nhiều kinh nghiệm về các bài toán xử lí bit phức tạp, nên khá bối rối. Minh và Quang đều đi hỏi Nam, và Nam cũng khá bối rối với bài toán này.

Yêu cầu: Hãy giúp Minh, Quang và Nam thoát khỏi sự bối rối bằng cách giải quyết bài toán đó.

Dữ liệu vào từ file văn bản COMBI.INP: gồm $q + 2$ dòng:

- Dòng đầu tiên chứa bốn số nguyên dương n, q, l, r $(1 \le l \le r \le n)$.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$.
- q dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa truy vấn thuộc một trong hai loại trên.

Kết quả ghi ra file văn bản COMBI.OUT: Gồm q dòng, dòng thứ i ghi ra một số nguyên không âm duy nhất là phần dư của kết quả của truy vấn thứ i khi chia cho số $10^9 + 7$.

Ví dụ:

COMBI.INP	COMBI.OUT	Giải thích
4 2 1 2 2 3 5 6 1 1 2 2 0 4	5 3	- Với truy vấn thứ 1: Có 5 dãy thoả mãn là (theo vị trí): (1), (1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4) - Với truy vấn thứ 2: Có 3 dãy thoả mãn là (theo vị trí): (1), (2), (1, 2)

Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n, q \le 2.10^2$; $l = 1, r = n$; $a_i < 2^8$ với $1 \le i \le n$; $v_i < 2^8$ với $1 \le i \le q$.
- 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n \le 10^6, q \le 3.10^5$; $l = 1, r = n$; $a_i < 2^{19}$ với $1 \le i \le n$; $v_i < 2^{19}$ với $1 \le i \le q$.
- 50% số test còn lại ứng với 50% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n \le 10^6, q \le 3.10^5$; $a_i < 2^{19}$ với $1 \le i \le n$; $v_i < 2^{19}$ với $1 \le i \le q$.

Bài 3: Chạy đua (6 điểm)

Khu rừng Rùa và Thỏ sống có n vị trí được kết nối với nhau bằng m con đường 1 chiều. Trên con đường nối từ vị trí A_i đến vị trí B_i, thời gian để Rùa đi hết con đường này là R_i, thời gian để Thỏ đi hết con đường này là T_i. Thời gian đi qua mỗi vị trí coi như không đáng kể.

Thỏ và Rùa đang lên kế hoạch chạy đua, đường đua sẽ là một chu trình xác định trước; cả hai cùng xuất phát tại một vị trí, chạy theo chu trình đó và trở về vị trí xuất phát; ai về đích trước là người chiến thắng.

Thỏ có ý định nhường Rùa nên muốn tìm một chu trình gồm ít con đường nhất, mà nếu chạy trên chu trình đó thì Rùa chắc chắn sẽ thắng Thỏ. Nếu có nhiều chu trình như vậy thì Thỏ muốn chọn chu trình mà chênh lệch thời gian về đích giữa Rùa và Thỏ là lớn nhất.

Hãy giúp Thỏ tìm một chu trình như mong muốn.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản CHAYDUA.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số hai nguyên dương n và m.
- Dòng thứ i trong m dòng tiếp theo chứa 4 số nguyên A_i, B_i, R_i và T_i cho biết có một con đường một chiều nối từ A_i đến B_i và thời gian để Rùa và Thỏ đi hết con đường đó lần lượt là R_i và T_i.
- Giữa hai vị trí A và B bất kỳ, có không quá 1 con đường nối theo chiều từ A đến B, và có không quá 1 con đường nối theo chiều từ B đến A.

Kết quả ghi vào tệp văn bản CHAYDUA.OUT: Gồm 2 số trên một dòng được phân tách bởi một khoảng trắng: số đầu tiên là số con đường trong chu trình tìm được, số thứ hai là mức chênh lệch lớn nhất thời gian về đích giữa Rùa và Thỏ.

Giới hạn dữ liệu:

- $2 \le n, m \le 300$.
- $2 \le m \le n \times (n-1)$.
- $0 \le R_i, T_i \le 10^6$.

Ví dụ

CHAYDUA.INP	CHAYDUA.OUT
5 7 1 2 4 1 2 3 4 2 3 1 1 6 1 3 11 5 2 4 7 5 4 5 1 4 5 3 1 0	5 2

Ràng buộc:

- Có 40% điểm tương ứng với $n \le 20$.
- Có 60% điểm tương ứng với $20 \le n \le 300$.

.....HẾT.....

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

https://hpcode.edu.vn